

ブラウン運動と原子の实在

□ 目的

ブラウン運動の性質を用いて原子の数を数える。

□ 実験用具

顕微鏡、CCD カメラ、ノート PC、キャプチャーユニット、対物微尺、試料、透明フィルム、ソフトペン、ものさし

□ 解説

この実験ではブラウン運動における粒子の拡散の速さを調べ、それを用いて原子の数を数える。この原理は 1905 年に Albert Einstein が発表したものであり、それに基づいた実験を 1906~1910 年に行った J.B. Perrin は 1926 年のノーベル賞を受賞している。

ブラウン運動は 1827 年に生物学者の Robert Brown が顕微鏡下で水中の花粉から出た微粒子が不規則な運動をすることを発見したのが通常始まりであるとされている。初め Brown は花粉が生きていると考えたが、灰を含めあらゆるものが同じような運動をすることを確かめ、その由来は違うところにあることを明らかにした。

ではブラウン運動はどのように理解できるのでしょうか？ 水中での粒子を考える。水は水分子により構成されており、分子は常に運動している。具体的には、絶対温度 T で平均の運動エネルギーは一方向 (x -方向としよう) あたり下式のようなになる。($\langle \dots \rangle$ は平均を表す。)

$$\left\langle \frac{1}{2} m v_x^2 \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{RT}{N_A} \quad R = 8.31 \text{ [J/K]} \text{ (気体定数)} \quad (1)$$

ここで T は絶対温度、 N_A はアボガドロ定数 (物質 1 モルに含まれる分子数) である。水分子は全方向より常時水中の粒子に衝突している (図 1 参照)。この衝突により粒子に与えられる運動量は平均的には 0 である。しかし、有限数の分子が衝突している以上、その揺らぎにより平均より少しずれ、粒子に運動量が与えられ、粒子が運動する。これがブラウン運動で、分子の熱運動が原因であり、あらゆる状況で生じる。よってそれは物理、化学、生物の様々な分野で応用されている。

ブラウン運動は本質的に揺らぎであり、ランダムなものである。このような運動の変位に注目すれば良いと気づいたのが Einstein の視点であった。具体的には以下の「Einstein の関係式」を導いた。 x, t を観察し始めたときからの変位と時間とすると、平均的に下式が成り立つ。

$$\langle x^2 \rangle = 2Dt, \quad D = \frac{RT}{6\pi a\eta N_A} \quad (2)$$

ここで D は拡散係数と呼ばれる。 a はブラウン運動する粒子の半径、 η は水の粘性率、 N_A はアボガドロ定数 (1 mol あたりの分子数) である。Einstein の関係式で重要なのは

N_A 以外の物理量 D, R, T, a, η は全て測定で得られる点である。よって、原子の性質を直接測ることをせずして魔法のように N_A を求められるのである。上の関係式は 1 次元あたりの式であり、次元が増えても方向による関連は無いので足されるだけである。例えば 2 次元では、以下ようになる。

$$\langle r^2 \rangle = \langle x^2 + y^2 \rangle = 4Dt \quad (3)$$

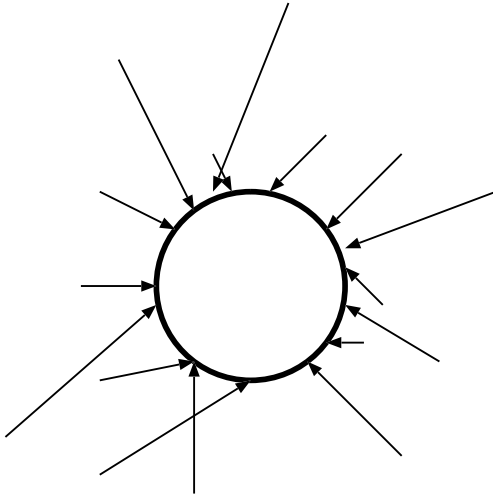


図 1 水中の粒子のブラウン運動の模式図。丸は粒子、矢印は水分子の運動を表す。

Einstein の関係式を導く前にその意味を考えておこう。ブラウン運動は揺らぎによるものであるから、衝突している粒子が有限個であることが本質的である。もし、衝突している粒子数が増えれば粒子に与えられる揺らぎは多数の平均を取ることになり小さくなる。よって、 D が分子の数に依存し、分子の数が増えれば D が小さくなることは直感的に理解できる。また、一定の体積中の分子の数が数えられるということは大きさが測れることを意味する。ブラウン運動している粒子も水と同じ温度にあるわけだから、熱運動の式 (1) が適用できる。適用すると、直径 $0.8 \mu\text{m}$ のポリスチレンの粒子の場合、平均速度は 3 mm/s 程度である。ブラウン運動はこの熱運動を見ていると考える事ができる。

今でこそ原子による物質像は当たり前であるが、19 世紀末から 20 世紀初頭にかけては原子の実在は確かめられておらず、それに関しては激しい議論が交わされていた。実際に原子の数、大きさを求めるということは原子の実存の根拠として大きな意義を持った。Einstein がこの研究に力を注いだ元にも原子の実在を確かめたいという願望があった。1905 年の論文にも以下のように書いている。

もし以下のような運動の性質が観測されれば...原子の大きさを正確に求めることが可能である。その一方、もしこれらの予想が間違いであれば、分子運動論的な熱の描像

に対して強い反論となろう。

では Einstein の関係式 (2) を導いてみよう。1 次元で考える。Newton の法則により

$$m\alpha = F_{\text{total}} = -\mu v + F_{\text{random}} \quad (4)$$

m, v, α はそれぞれブラウン運動する粒子の質量、速度、加速度である。 $\mu v = 6\pi a\eta v$ は水の粘性による抵抗力である。粒子が水中を進むときには粘性があるために抵抗があり、粒子が大きければ抵抗が大きいというのは当然であろう。 F_{random} は粒子が水分子から受けるランダムな力でブラウン運動の元である。両辺に x をかけると、加速度 $\alpha = d^2x/dt^2$ 、速度 $v = dx/dt$ であることを使って以下のような式が得られる。

$$m \left[\frac{d}{dt} (xv) - v^2 \right] + \frac{1}{2}\mu \frac{d}{dt} (x^2) = xF_{\text{random}} \quad (5)$$

この式の平均を取ると、過去はブラウン運動に関係なく、どこにいても同じなので、 $\langle xv \rangle$ は定数でありその時間微分は 0 である。また、 F_{random} はランダムに働いており、位置 x とは無関係なので $\langle xF_{\text{random}} \rangle = 0$ である。よって (1) 式を用いて次の式が得られる。

$$\frac{RT}{N_A} = \langle mv^2 \rangle = \frac{1}{2}\mu \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle \quad (6)$$

この式を解いて Einstein の関係式 (2) を得る。

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2RT}{N_A\mu} t = 2 \frac{RT}{6\pi a\eta N_A} t \quad (7)$$

□ 実験方法

- (1) 実験装置が図 2 の模式図のように構成されていることを確認し、顕微鏡、CCD カメラ、PC の電源プラグをコンセントに差し込む。図 2 では電源コードは省略してある。
- (2) 顕微鏡と PC の電源を入れる。PC は Guest でログオンする。
- (3) PC の画面の上に透明フィルムを置き、PC の本体上部の枠にセロハンテープで貼って固定する。PC 画面の上辺にフィルムを合わせ、下部は空いていても良い。
注意 テープを液晶画面の上に貼らないようにすること。
- (4) ガラスの対物微尺を表面を上にして顕微鏡のステージに載せ、顕微鏡の接眼レンズから見て、対物微尺の中央の目盛線に焦点を合わせる。
対物レンズは 40 倍 (ブルー) を用いる。対物微尺が視界に入らないときは、はじめに倍率の低い対物レンズで視界内に入れてから、倍率の高い対物レンズに切り替えて焦点を合わせると良い。

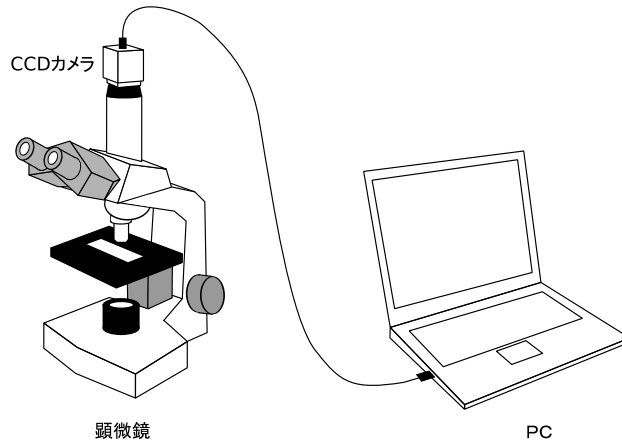


図 2 実験装置の構成

- (5) PC で録画ソフトを起動し、画面上の対物微尺の映像を約 10 秒間録画する。
- (6) 対物微尺を顕微鏡から外す。用意されている試料のプレパラート (蒸留水にポリスチレンの微粒子を混ぜたもの) を静かに顕微鏡にセットし、(4) と同じ対物レンズで焦点を合わせる。照明の明るさや焦点面等を調整して、ポリスチレン粒子が水中を不規則に移動 (ブラウン運動) する様子を観察する。
ポリスチレン粒子の映像を 10 分間以上録画する。粒子が全体的に同じ方向へ移動している場合には、しばらく放置してから録画する。
- (7) (5) で録画した対物微尺の録画映像を再生する。画面上の透明フィルムに、用意されているソフトペンで対物微尺の 10 目盛の印を付ける。
- (8) (6) の録画映像 (ブラウン運動) を (7) と同じ大きさの画面で再生し、1 個の粒子を選び、30 秒毎に 3 分間この粒子の位置にソフトペンで印と順序 (0 ~ 6) を付けていく。粒子は無作為に選ぶこと (例えば、動きが良いからとか悪いから選ぶ、ということはない)。他にも 4 個の粒子を選び (計 5 個)、同様に記録する。
- (9) PC から透明フィルムを外し、対物微尺 10 目盛分の距離 d を、ものさしで測る。実際の対物微尺 10 目盛は 0.01 cm であることより、フィルム上での倍率 M を計算する。
- (10) 透明フィルム上のそれぞれの粒子について、最初の位置から各時間での位置までの距離 r を、ものさしで測り記録する。
- (11) 全ての r について r^2 を計算し、各時間における 5 個の粒子の r^2 の平均値 $\langle r^2 \rangle$ を求める。
- (12) $\langle r^2 \rangle$ と時間 t との関係のグラフを描き、直線で近似して傾き C を求める。

- (13) (9) で求めた倍率 M を用いて、(3) 式より拡散係数 D を求める。
- (14) Einstein の関係式 (2) よりアボガドロ定数 N_A を求める。
- 気体定数 $R = 8.31 \text{ [J/K]}$
- ポリスチレン粒子の半径 $a = 0.40 \text{ [\mu m]} = 4.0 \times 10^{-7} \text{ [m]}$
- 水の粘性率 $\eta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ [kg/m s]}$
- 絶対温度 $T = \text{気温 (}^\circ\text{C)} + 273 \text{ [K]}$
- (15) (8) と同じ映像を再生し適当な時間で静止させ、画面上で最も鮮明で小さく見える粒子を選び、その直径をものさしで測り、半径を記録する。倍率 M を用いて、ポリスチレン粒子の実際の半径 a を計算する。
- (16) 実験終了後は、デスクトップ上のアイコン 電源 OFF をダブルクリックして PC の電源が自動的に切れるのを確認する。顕微鏡の電源を切り、顕微鏡、CCD カメラ、PC の電源プラグをコンセントから抜く。