

電子の電荷と質量の比

□ 目的

エネルギーと運動方向のそろった電子の流れは、電子の運動方向に垂直の向きの磁場（磁界）があると、運動方向と磁場の方向に垂直な向きの力を受けて方向を変える。磁場の方向と強さが一様ならば、電子は一定の半径の円周に沿って走ることになる。この現象を使って、極微の粒子である電子の電荷と質量の比（比電荷）を求める。

□ 実験用具

電子の比電荷測定装置、真空管用電源装置、コイル用直流電源装置、電圧計、電流計、リード線

□ 解説

(1) 電子の比電荷測定装置の構造

暗箱の正面の穴から中を見ると、中央にガラス球（直径 15cm）が見える。これはヘリウムガスをわずかに封入してある真空管である。その前後に、対称に見える円形コイル（直径 30cm）は、ヘルムホルツコイルと呼ばれるものである。真空管の内部の

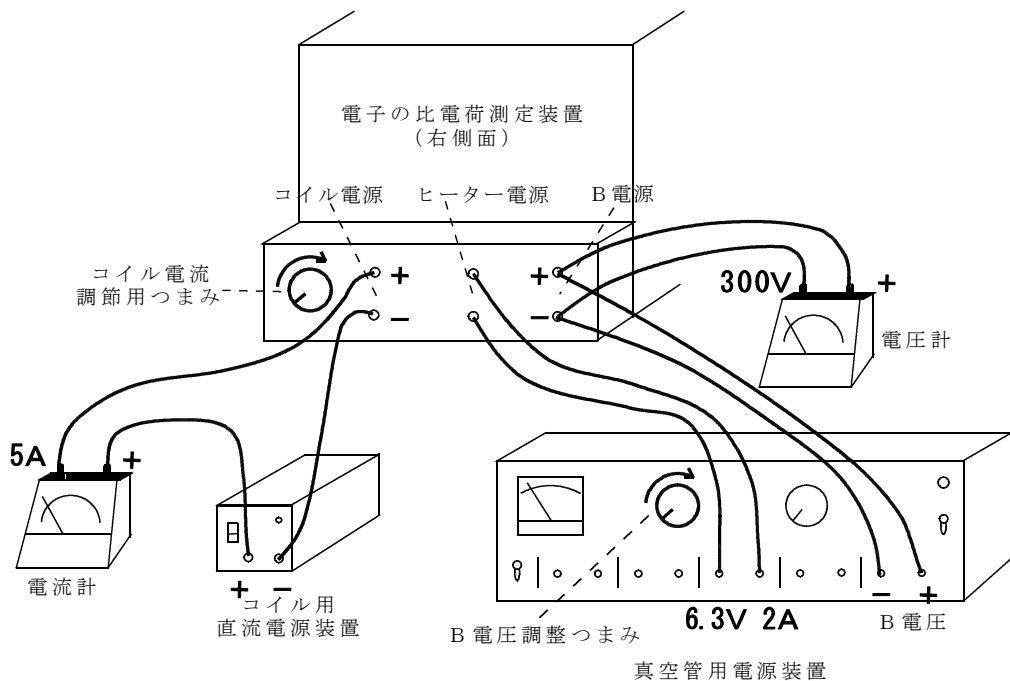


図1 実験装置の接続

右側に見えるのが、電子を下向きに発射する電子銃である。この装置の右側面には、

図 1 で見られるように、電源接続用端子とコイル電流調節用つまみがある。

電源接続用端子は右側から、B 電源（電子を加速するための電源、直流 0 ～ 約 250V）、ヒーター電源（真空管の陰極を熱するための電源、交流 6.3V）、コイル電源（磁場をつくり出すための電源、直流 12V）である。

(2) 電子銃

真空管の陰極をヒーターで熱すると、電子が発生する。これを陰極と陽極の間の電場（電界）で加速し、陽極の中央の穴を通して下向きに発射する。これが電子銃である（図 2）。電子は陽極の穴を速度 v [m/s] で通過する。このとき電子がもつ運動エネルギーは、電子の質量を m_e [kg] であらわすと*1、

$$\frac{1}{2}m_e v^2 \text{ [J]} \quad (1)$$

である。電子の電荷を e [C] とし、陽極と陰極の間の電圧（B 電圧）を V [V] とすると、陰極と陽極の間の位置エネルギーの差は eV [J] である。電子が陽極に達したときにもっている運動エネルギーは、すべてこの位置エネルギーが変わったものである。すなわち、エネルギー保存則から、

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = eV \quad (2)$$

が成り立つ。電圧が高いほど電子は高速度で発射される。

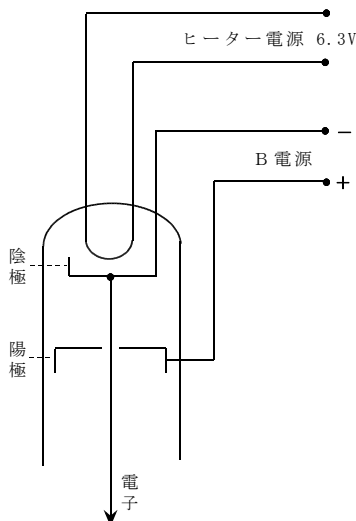


図 2 電子銃

*1 電子は極微の粒子なのに [kg] や [m] を単位に使ったのには理由がある。電磁気学では単位のとりで式の形が変わるため、ここでは一貫して MKSA 単位系を使うのである。

(3) ヘルムホルツコイル

ヘルムホルツコイルは、一様な磁場をつくりだすためのものである。等しい半径 R をもった 2 つの円形コイルが、半径と同じ間隔で保持されている。この 2 つのコイルに、同じ向きに大きさの等しい電流を流すと、コイルの間にはほぼ一様な磁場が生じる。コイルに流す電流 i [A] の大きさによって、磁場の強さが変わる。磁場の強さは磁束密度 B [T] であらわすが、テスラという単位は、 $1 \text{ [T]} = 1 \text{ [kg/As}^2\text{]} = 1 \text{ [N/Am]}$ である。

コイルの導線が n 回巻いてあるとき、真空管の中心での磁束密度は、

$$B = \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^3 \mu_0 \frac{ni}{R} \quad (3)$$

となる。どうしてこういう式が成り立つのかは、余力のある人のために後で述べる。ここで、

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [N/A}^2\text{]} \quad (4)$$

は真空の透磁率という比例定数である。ここで使う実験装置では、 $R = 0.15 \text{ [m]}$ 、 $n = 130$ にしてあるので、これらの数値を代入すると

$$B = 7.79 \times 10^{-4} \times i \text{ [T]} \quad (5)$$

となる。コイルに流す電流の強さを変えると、それに比例して、真空管の置かれている空間の磁場の強さが変わるのである。

(4) 磁場中を運動する電子に働く力

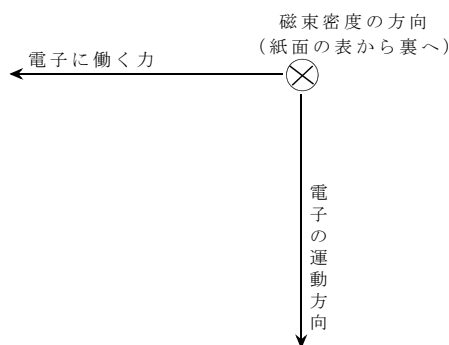


図 3 ローレンツ力

図 3 に示したように、紙面の表から裏へ向かう磁場の中を下向きに運動する電子には、これらの方向に直角な左向きの力が加わる。これは、ローレンツ (Lorentz) 力

である。フレミング (Fleming) の左手の法則という形で知っている人もいるだろう。ローレンツ力の大きさは

$$F = (\text{電荷}) \times (\text{速度}) \times (\text{磁束密度}) = evB \quad [\text{N}] \quad (6)$$

である。一様な磁場の中を一定速度で運動する電子の場合、この力は大きさが一定で、いつでも運動方向に直角な方向を向いているので、電子は円弧に沿って走ることになる。この円の半径を r [m] とすると、電子には遠心力 $m_e v^2 / r$ が働いて、上のローレンツ力とつりあう。従って

$$evB = \frac{m_e v^2}{r} \quad (7)$$

である。

(2) 式、(5) 式、(7) 式を組み合わせ、 B と v を消去する。((7) 式を 2 乗した式に、他の 2 式から求めた B と v を代入すればよい。) そうすると、

$$\frac{e}{m_e} = k \frac{V}{i^2 r^2} \quad , \quad k = 3.30 \times 10^6 \quad (8)$$

単位は e [C]、 m_e [kg]、 V [V]、 i [A]、 r [m]

を得る。この式を使って e/m_e を求めようというのが、この実験である。

(8) 式を次のように書き直してみると、電子の軌道半径が B 電圧とコイル電流で、どう変わるかがわかりやすい。

$$r^2 = \frac{k m_e}{e} \cdot \frac{V}{i^2} \quad (9)$$

すなわち、 B 電圧 V が大きいと、電子は電子銃から勢いよく飛び出すので、電子の曲がり角が小さく、半径は大きくなる。また、コイル電流 i が大きいと、磁場が強いので、電子は大きく曲げられ、その結果、半径は小さくなるのである。

(5) 電子軌道の観測

電子は極めて小さいため、我々は電子自身の運動を直接見ることはできない。しかし、高速の電子は真空管内に入れてあるわずかなヘリウムガスの原子に、はげしく衝突する。そのため原子は安定状態から不安定状態に移り、そして安定状態に戻るとき、衝突で受け取ったエネルギーを光の形で放出する。衝突は電子の軌道に沿って起こり、その発光によって、電子の軌道を知ることができるのである。

□ 実験方法

(1) 配線

真空管用電源装置とコイル用直流電源装置のスイッチが切れていることを確かめてから、B 電圧調整つまみとコイル電流調節用つまみを時計の針と逆方向にいっぱい回しておく。図 1 を見ながら、注意して実験用具をリード線で接続する。接続が終わったら、もう一度慎重に点検してから、コンセントに 2 つの電源装置のプラグをそれぞれ差し込み、電源スイッチを 2 つとも入れる。

(2) 電子銃のヒーターが赤熱状態になるのを待って、真空管内部の様子を見ながら、B 電圧調整つまみをゆっくり右に回す。B 電圧が大きくなると、ヘリウムガスの発光が始まる。B 電圧を変えて、電子の軌道が変わる様子を観察する。

(3) 発光している状態で、B 電圧を一定にしておいて、コイル電流調節用つまみを右に回して、電子軌道の変化を観察する。

(4) 真空管内には水平にガラス棒がおかれていて、これには左半分に 5mm おきに目盛がついていることを確認する。電子軌道を変えると、電子がちょうど目盛りの位置を通過しているときに、目盛りが照らされる。目盛は 5cm から 11cm であるが、これは電子銃の位置から水平に測った長さである。従って、目盛の値は電子軌道の直径を与えることになる。加速電圧 (B 電圧) とコイル電流の組み合わせを変えて、それぞれの場合について電子軌道の直径を測る。実験例のように、コイル電流を適当に決めておき、B 電圧調整つまみを回して、電子軌道がちょうど目盛の位置を通るときの、軌道の直径と加速電圧を読むのがよい。

電子軌道には広がりがあるが、発光部分の外側が目盛を照らしている状態で測定する。なぜならば、ヘリウム原子に衝突して遅くなった電子は、小さい円軌道を通るからである。発光部分の外側を測るには、円軌道をゆっくり大きくしていった、目盛が光り始めるところで測定するようにする。

r の測定誤差 Δr がだいたい同じ大きさの場合には、 r が大きいときの方が相対誤差 $\Delta r/r$ が小さくなるので、円軌道はなるべく大きい場合を測定する。

(5) データを取り終わったら、2 つのつまみを左に止まるまで回してから、電源を切り、電源プラグをコンセントから抜き、最後にリード線はずす。

(6) (8) 式を使って e/m_e の値を計算し、それらの平均を求める。

(7) 各コイル電流値 (一定) における加速電圧と軌道半径の関係をグラフに描く。

□ 実験例

コイル電流 i [A]	加速電圧 V [V]	軌道半径 r [m]	比電荷 e/m_e [$\times 10^{11}$ C/kg]
1.10	125	0.040	2.1
	149	0.045	2.0
	180	0.050	2.0
	211	0.055	1.9
1.20	142	0.040	2.0
	177	0.045	2.0
	211	0.050	1.9
	250	0.055	1.9
1.30	161	0.040	2.0
	197	0.045	1.9
	238	0.050	1.9
	—	—	—

電子の比電荷の平均値

$$\frac{e}{m_e} = 2.0 \times 10^{11} \text{ [C/kg]}$$

電子の電荷と質量の正確な値は

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$m_e = 9.110 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

だから

$$\frac{e}{m_e} = 1.759 \times 10^{11} \text{ [C/kg]}$$

である。

— 電子の速度 —

(2) 式を使って、電子銃から発射される電子の速度を求めることができる。

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m_e} \cdot V}$$

MKSA 単位系では、 e [C]、 m_e [kg]、 V [V] の値に対して v [m/s] が求められる。例えば、 $V = 200$ [V] の場合、 $v = 8.4 \times 10^6$ [m/s]、すなわち毎秒 8400km である。電子は、君たちの目の前で、光速の 2.8% で走っているのだ。

□ 余力のある人のために

(3) 式は、ビオ・サバル (Biot-Savart) の法則を使うと導くことができる。電流が流れるとその周囲に磁場が発生する。真空管の中心の磁束密度 B は、この法則によれば、電流 i とコイルの全長 $2\pi Rn$ (R : コイルの半径、 n : コイルの巻数) の積に比例し、コイルから真空管の中心までの距離 $\sqrt{R^2 + b^2}$ (b : コイルの面から真空管の中心までの距離) の 2 乗に反比例する。さらに、円形電流の場合、コイルの面に垂直な成分だけが効くことになる。コイルは真空管の前後にあって、磁束密度には双方からの寄与がある。これらをまとめると、

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times i \times 2\pi Rn \times \frac{1}{R^2 + b^2} \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + b^2}} \times 2$$

磁束 密度	比例 定数	電 流	コイル の全長	コイルから真空管 の中心までの距離 の 2 乗の逆数	コイルの面に 垂直な成分	前後の コイル からの 寄与
----------	----------	--------	------------	----------------------------------	-----------------	-------------------------

である。従って、

$$B = \mu_0 ni \frac{R}{(\sqrt{R^2 + b^2})^3}$$

ヘルムホルツコイルでは、コイル間の距離とコイル半径を等しくしてあるので、 $R = 2b$ である。これを使うと君たちは、

$$B = \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^3 \mu_0 \frac{ni}{R}$$

を導くことができる。