

重力加速度

□ 目的

単振り子の周期を測定して重力加速度を求める。

□ 実験用具

単振り子、ストップウォッチ、ノギス、巻尺

□ 原理

単振り子とは、細くて長い糸（または棒）の下端に小さいおもりをつるし、上端を支点としておもりが左右に振動するようにしたものである。

図 1 のように単振り子の糸が鉛直方向 (AO) から角 θ だけ傾いている瞬間を考える。おもり M の質量を m 、重力加速度を g とすると、おもりを振動させている力 F は

$$F = -mg \sin \theta \quad (1)$$

である。 θ が小さいときには $\sin \theta \approx \theta$ とおけるので、

$$F = -mg\theta \quad (2)$$

となる。ここで、単振り子の長さを L 、おもり M の変位 (弧 OM の長さ) を x とすると $x = L\theta$ であるから、おもりに作用する力 F は、

$$F = -\frac{mg}{L}x \quad (3)$$

となる。

この単振り子の運動は、振幅が小さいときには単振動であり、その周期 T は次のようにあらわすことができる。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (4)$$

したがって、重力加速度 g は

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}L \quad (5)$$

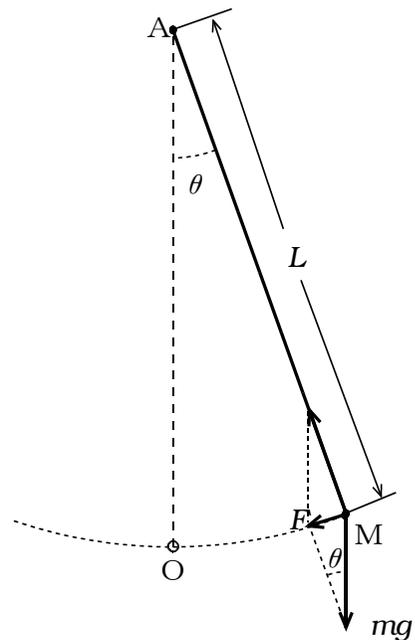


図 1

となり、 T と L を測定すれば g は求められる。

この実験では、おもり(球)の半径 r と糸の長さ l を測定し、単振り子の長さを $L = l + r$ とする。したがって (5) 式は、

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}(l + r) \quad (6)$$

となる。

□ 実験方法

- (1) この実験で使用する振り子には上端を固定するための板がついている。この板を壁に取り付けられた台の上ののせ、振り子の糸を全部のばして振り子が自由に振動できるようにする。このとき、振り子の糸の上端が台に接触していないか注意する。
- (2) 振り子の背後に紙を貼る。振り子を制止させ、正面から見て振り子の糸と一致するように、紙面に直線を引く。背後が黒板の場合はチョークで直線を引く。
- (3) 振り子が壁と平行な面内を動くように始動させる。振り子の球が回転したり、楕円軌道を描いたりするのは良くない。また、振り子の糸の傾きは 5° 以内が適当である。
- (4) 振り子の正面に椅子を置き、座って振り子の糸の動きを観測する。振り子の糸が背後の直線を同じ方向に通過する回数を数え、10 回毎に時刻をストップウォッチでスプリット計測する。糸が 1 往復するのに要する時間が振り子の周期 T であるから、 $10T$ 毎に時刻を記録することになる。このようにして、ストップウォッチを止めることなく、190 回まで連続して測定する。記録および計算は実験例にならって行い、 $100T$ の値を求める。
- (5) 測定値から求めた $100T$ と、それらの平均値との差を計算する。その差が 1 秒以上ある場合には、教員に相談する。
- (6) 次に糸の長さ l を巻尺で、球の直径 $2r$ をノギスで測定し、(6) 式を用いて g を計算する。このとき、糸の長さはつるした状態のまま測る。

注意 この実験では、周期 T を正しく測定することが大切である。そのためには、振り子の糸が背後の直線を通過する瞬間の時刻を 10 往復毎にできるだけ正確に記録する必要がある。したがって、実際に測定を行う前に何回か練習をするとよい。

□ 実験例

回	時刻 t_1	回	時刻 t_2	$100T = t_2 - t_1$	平均との差
0	0分 46.62秒	100	4分 11.81秒	3分 25.19秒	+0.06
10	1 07.19	110	4 32.42	3 25.23	+0.10
20	1 27.81	120	4 52.77	3 24.96	-0.17
30	1 48.24	130	5 13.24	3 25.00	-0.13
40	2 08.59	140	5 33.86	3 25.27	+0.14
50	2 29.22	150	5 54.35	3 25.13	0.00
60	2 49.83	160	6 14.80	3 24.97	-0.16
70	3 10.02	170	6 35.28	3 25.26	+0.13
80	3 30.60	180	6 55.73	3 25.13	0.00
90	3 51.21	190	7 16.37	3 25.16	+0.03
平均				3 25.13	

3分 25.13秒 \equiv 205.1秒, $l = 102.4$ [cm], $r = 2.010$ [cm]

$$T = \frac{205.1}{100} = 2.051 \text{ [s]}$$

$$l + r = 104.4 \text{ [cm]} = 1.044 \text{ [m]}$$

$$\begin{aligned} g &= \frac{4\pi^2}{T^2}(l+r) = \frac{4(3.142)^2}{(2.051)^2} \times 1.044 \\ &= 9.800 \text{ [m/s}^2\text{]} \end{aligned}$$

□ 参考

重力加速度は測定地点の緯度によって異なる。赤道上では 9.780 [m/s²]、極地では 9.832 [m/s²]、東京では 9.798 [m/s²] である。

□ 問

自転による遠心力の影響を無視すると、天体の表面での重力加速度 g は次式で表される。

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad G: \text{万有引力定数}, \quad M: \text{天体の質量}, \quad R: \text{天体の半径}$$

表 1 は、各天体における M 、 R 、 g の値を地球の値 ($M_{\text{地球}}$ 、 $R_{\text{地球}}$ 、 $g_{\text{地球}}$) に対する比率で表したものである。これを参考にして、単振り子を地球以外の天体の表面で振動させたときに、その周期が地球の場合の何倍になるかを求めてみよ。

	太陽	水星	金星	地球	火星	木星	月
$M/M_{\text{地球}}$	330×10^3	0.055	0.82	1	0.11	320	0.012
$R/R_{\text{地球}}$	110	0.38	0.94	1	0.53	11	0.27
$g/g_{\text{地球}}$	27	0.38	0.93	1	0.39	2.6	0.16

表 1